

# ボリュームディスプレイのための接線曲面可視化ツール

山本 欧<sup>1,a)</sup> 國分 雅敏<sup>1,b)</sup>

**概要:** 接線曲面は、空間曲線の接線の集合で構成される可展面であり、車体や船体、衣類のデザインに応用されている。接線曲面は複雑な構造を持つものが多く、2D画面での表示からその形状を理解することが困難である場合が多い。本研究では、ボリュームディスプレイ上に接線曲面を表示するためのソフトウェアツールを提案・実装し、接線曲面の表示におけるボリュームディスプレイの有効性の評価を行った。

## Visualization Tool for Tangent Developables on a Volumetric Display

YAMAMOTO OU<sup>1,a)</sup> KOKUBU MASATOSHI<sup>1,b)</sup>

**Abstract:** A tangent developable is a developable surface constructed by the union of the tangent lines of a space curve. These surfaces have applications in engineering, such as for designing cars, ships, and apparel. However, since tangent developables typically have complicated and twisted surfaces, it is difficult to understand their structures from their images on a 2D screen. In this study, we propose and evaluate a software tool for visualizing tangent developables on a volumetric display that draws 3D images directly in real 3D space.

### 1. はじめに

接線曲面 (tangent developable) [1][2] は、滑らかな空間曲線の接線の集合で構成される可展面であり、数学以外にも車体や船体、衣類のデザインに応用されている [3][4]。図 1 に、次式で示される空間曲線の接線曲面を示す。

$$c(t) = (\cos^3 t, \sin^3 t, \sqrt{2 - \cos^3 t - \sin^3 t}), -1.0 \leq t < 1.0. \quad (1)$$

図 1 に示されるように、一般に接線曲面は捩れを含む構造を持ち、空間曲線のパラメタ値を連続可変すると複雑な変形を行うため、2D画面上での表示からその形状や変形の様子を理解することが困難である場合が多い。したがって、より理解の容易な形での表示方法があれば、接線曲面を利用したデザインや数学教育において有用である。そのような表示方法の1つとして、実空間に直接立体を描くボリュームディスプレイ [5] による表示があげられる。筆

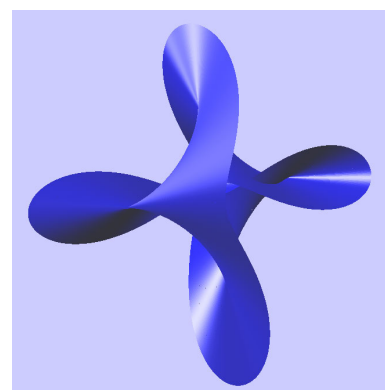


図 1 接線曲面の例

Fig. 1 Example of a tangent developable

<sup>1</sup> 東京電機大学  
Tokyo Denki University

a) ou@mail.dendai.ac.jp

b) kokubu@mail.dendai.ac.jp

者らは、市販部品から構成できる体積走査方式のポリウムディスプレイを提案・実装しており [6][7], 本研究では、接線曲面を本ディスプレイ上で可視化するためのソフトウェアツールを提案・実装し、接線曲面の表示における本ポリウムディスプレイの有効性の評価を行う。

また本研究では、接線曲面の等長変形の可視化における本ポリウムディスプレイの有効性も示す。接線曲面には等長変形、すなわち曲面上の任意の2点間の距離が不変である変形を行うものがある。例えば、次式で示される螺旋曲線：

$$h(t) = \left( a \cos \frac{t}{\sqrt{a^2 + b^2}}, a \sin \frac{t}{\sqrt{a^2 + b^2}}, \frac{bt}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right) \quad (2)$$

において、パラメタ  $a, b$  を次のようにとる。

$$a = 1 + \cos \theta, b = \sin \theta, \quad \theta \in (0, \pi). \quad (3)$$

このとき、その接線曲面は  $\theta$  の値の変化に対し等長変形を行う。2D ディスプレイに等長変形を表示しても、その画像は2D 平面への写像であるため、等長変形の性質を満たさない。しかし本ポリウムディスプレイであれば、等長変形の性質を満たし、加えて立体視の生理的要因を満足する形での表示が可能となる。

## 2. 本研究で用いたポリウムディスプレイ

図2に、本研究で用いたポリウムディスプレイの構成と表示例を示す。本ディスプレイは蛍光表示パネル(VFD)を表示面と垂直方向に往復運動させて体積走査を行い立体を表示する。VFDパネルの解像度は縦64×横128ピクセルで、走査方向となる奥行の解像度は128ピクセルである。ポリウムディスプレイについては、これまでに多くの方式が提案・実装されている [8]-[13]。本ディスプレイの表示エリアは縦2cm×横4cm×奥行4cmと小さく、表示画像も単色2値であるが、レンズ等の光学系を持たず市販部品から容易に構成でき、ピクセル間のクロストークがなく0.3mm角のボクセルを広い視野角(上下左右約170°)で鮮明に表示できる。また、約24[fps]のアニメーション表示も可能である。

## 3. ソフトウェアツール TDsquare

本ソフトウェアツールはJavaのコンソールアプリケーションとして記述されている。ユーザはポリウムディスプレイ上で表示したい接線曲面の母体となる空間曲線式をテキスト形式でツールに与える。例えば空間曲線が次式：

$$c(t) = (2 \cos(\pi \sin(2\pi t)), \cos(2\pi t + \pi/6), 2 \sin(2\pi \sin(2\pi t))), 0.0 \leq t < 1.0 \quad (4)$$

で示される場合、ツールに与える入力は次のようになる。

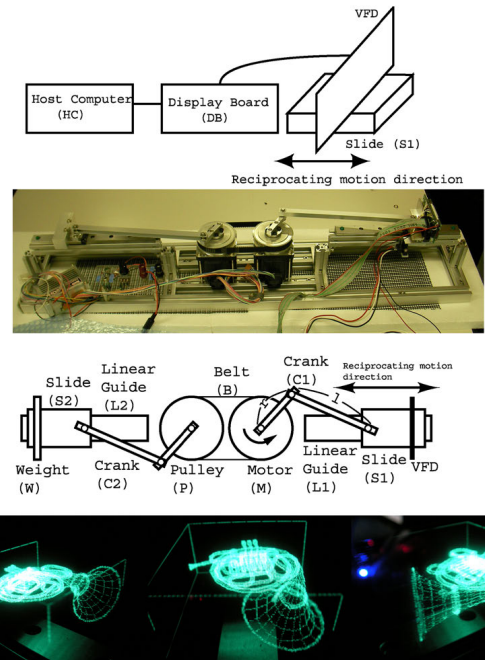


図2 (上から順に) 本ポリウムディスプレイの構成、往復運動機構の外観、往復運動機構の構造、表示画像例(3つの視点から)

Fig. 2 (from above to below) Schematic overview of our display, Photo and schematic of the reciprocating mechanism, and Sample 3D images on the display from three different viewpoints

```
x = 2*cos(pi*sin(2*pi*t))
y = cos(2*pi*t + pi/6)
z = 2*sin(2*pi*sin(2*pi*t))
t: 0.0 -> 1.0
```

入力はツール起動時の引数で指定されたテキストファイルから読み込まれ、ツール内で記号微分と数式処理系により接線曲面の導出とディスプレイ表示データの生成が行われる。また、空間曲線のパラメタ値が変化する場合の、接線曲面の変形の様子も表示可能である。例として次式：

$$c(t) = (1.7 \cos(4\pi t) \sin(k\pi t), 0.5 \sin(k\pi t), -1.7 \sin(4\pi t)), 0 \leq t < 1, \quad (5)$$

で与えられる空間曲線のパラメタ  $k$  の値を0から1まで連続的に変化させるときの接線曲面の変形をアニメーション表示したい場合、入力は次のようになる。

```
x = 1.7*cos(4*pi*t)*sin(_k*pi*t)
y = 0.5*sin(_k*pi*t)
z = -1.7*sin(4*pi*t)
t: 0.0 -> 1.0
_k: 0.0 -> 1.0
```

ここで  $\_k$  のようにアンダースコアのついた記号は、アニメーションにおいて変化するパラメタの指定に用いられる。生成された表示データは、USB インターフェース経由でディスプレイに送られ、表示される。

#### 4. 評価

ポリウムディスプレイによる接線曲面の表示の有効性を評価するため、式(4)で与えられる空間曲線の接線曲面(TD1)、次式：

$$c(t) = (t^2, t^3, t^5), \quad -1.0 \leq t < 1.0. \quad (6)$$

で与えられる区間曲線の接線曲面(TD2)、式(5)で与えられる変形を伴う空間曲線の接線曲面(TD3)について、13人の被験者を対象とし、これらの接線曲面の3次元形状および変形の様子の理解のし易さをアンケート調査した。調査においては、各接線曲面について、上述のツールTDsquareのPC画面上の2Dプレビュー画像を1分間被験者に観察させ、次にポリウムディスプレイ上の表示画像を1分間観察させた後、TD1、TD2については形状の理解の容易な方を、TD3については変形の様子の理解の容易な方をアンケートにて回答させた。プレビュー画像の観察時、被験者はマウスドラッグによって表示図形を画面内で回転し、自由な視点から観察可能とした。図3にTD1、TD2のプレビュー画像、およびポリウムディスプレイによる表示画像を示す。

また、図4に、TD3の変形のプレビュー画像、およびポリウムディスプレイによる表示画像を示す。さらに、動画Movie1<sup>\*1</sup>に、ポリウムディスプレイによるTD3の表示の様子を示す。なお、動画Movie1および後述の動画Movie2で見られる強いちらつきや画像の一時的な消失は、動画撮影に使用したカメラのシャッター速度と体積走査の周期のずれによるものであり、肉眼による観察では生じない。

得られた回答について両側2項検定を行いp値を求めたところ、TD1については $p = 0.092$  (2Dプレビュー画像：3人、ポリウムディスプレイ：10人)、TD2については $p = 1.0$  (同6人、7人)、TD3については $p = 0.0034$  (同1人、12人)であった。最も形状の単純なTD2については有意差は認められないが、より複雑な形状のTD1については有意傾向、変形を伴うTD3については有意差が認められた。

次に、式(2)で示される空間曲線の接線曲面について、式(3)で示されるパラメタを、 $\theta = 0[\text{rad}]$ から $\theta = \pi[\text{rad}]$ まで変化させたときの等長変形を、本ディスプレイで表示した様子を図5、動画Movie2<sup>\*2</sup>に示す。図5にはTDsquareによるプレビュー画像も併せて示す。動画Movie2より、視点移動に従い表示画像が連続的に変化し、接線曲面の等長変形が実空間中に描画されている様子が観察できる。第1で述べたように、この表示画像においては等長変形の性質が保たれている。

<sup>\*1</sup> [www.epi.dendai.ac.jp/Yamamoto/MathUI2014/Movie1.mp4](http://www.epi.dendai.ac.jp/Yamamoto/MathUI2014/Movie1.mp4)

<sup>\*2</sup> [www.epi.dendai.ac.jp/Yamamoto/MathUI2014/Movie2.mp4](http://www.epi.dendai.ac.jp/Yamamoto/MathUI2014/Movie2.mp4)

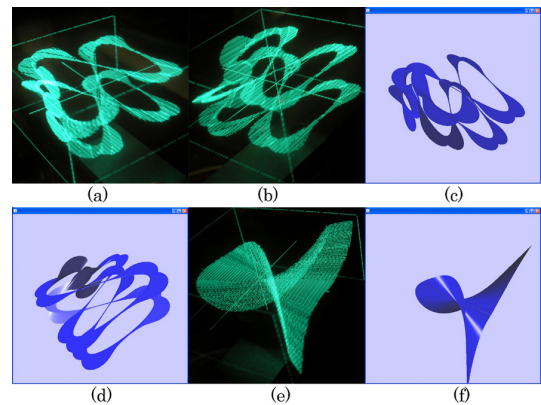


図3 (a)(b)TD1のポリウムディスプレイ上での表示(2視点より撮影)、(c)(d)PC画面におけるTD1のプレビュー画像、(e)TD2のポリウムディスプレイ上での表示、(f)PC画面におけるTD2のプレビュー画像

Fig. 3 (a) and (b) 3D images of TD1 on our display (from two different viewpoints). (c) and (d) 2D previews of TD1 on a PC screen. (e) 3D image of TD2 on our display and (f) 2D preview of TD2 on a PC screen.

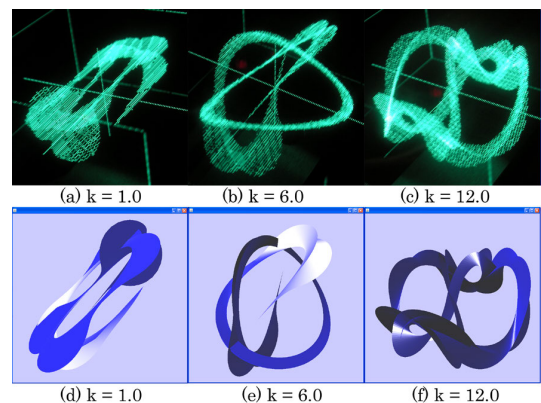


図4 (a)-(c)ポリウムディスプレイ上でのTD3の変形の様子、(d)-(f)PC画面におけるTD3のプレビュー画像((a)-(c)と同じパラメタkの値

Fig. 4 (a)-(c) Frames from 3D animation of the deformation of TD3 on our display. (d)-(f) 2D previews on a PC screen for the same values of the deformation parameter k as in (a)-(c).

#### 5. 結論

本研究では、筆者らの開発したポリウムディスプレイ上に、接線曲面を表示するためのソフトウェアツールを提案・実装し、接線曲面の表示における本ポリウムディスプレイの有効性を評価した。その結果、複雑な形状の接線曲面と、変形する接線曲面の表示について、本ポリウムディスプレイの有効性が認められた。本ツールと本ポリウムディスプレイを用い、ユーザは様々な接線曲面を空間に直接表示し、自由な視点からその形状や変形の様子を観察することができる。

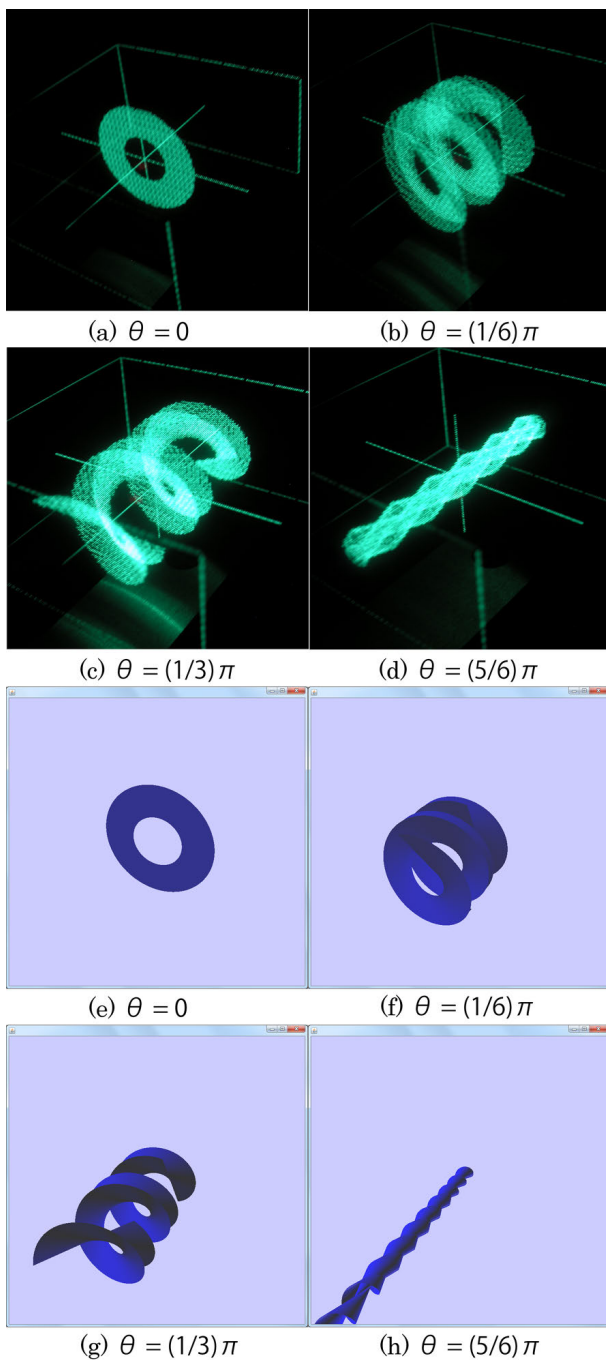


図 5 (a)-(d) 空間曲線 (2) (3) における接線曲面の等長変形, (e)-(h) 同等長変形の, TDsquare によるプレビュー画像

Fig. 5 (a)-(d) Isometric deformation in (2) (3) of a tangent developable on our 3D display. (e)-(h) 2D previews on a PC screen for the same values of the deformation parameter  $\theta$  as in (a)-(d).

#### 参考文献

- [1] Spivak, M.: A comprehensive introduction to differential geometry. Vol. III. Publish or Perish, Inc., Boston, Mass. (1975)
- [2] Umehara, M., Yamada, K.: Surfaces and Curves (in Japanese). Shokabo, Tokyo (2002)
- [3] Kilian, M., Flöry, S., Chen, Z., Mitra, N.J., Sheffer, A., Pottmann H. Developable Surfaces with Curved Creases. In: Advances in Architectural Geometry 2008, pp. 33–36

- (2008)
- [4] Tang, K., Wang, C.C.L. Modeling developable folds on a strip. J. Comput. Inf. Sci. Eng. 5, 35–47 (2005)
- [5] Blundell, B., Schwarz, A.: Volumetric Three-Dimensional Display Systems. Wiley-IEEE Press, New Jersey (2000)
- [6] 山本 欧, 蛍光表示管を用いたポリウムディスプレイと表示データ生成ツール, 芸術科学会論文誌 8, 15-24 (2009)
- [7] 山本 欧, 國分 雅敏, ポリウムディスプレイによる極小曲面の等長変形の可視化, 可視化情報学会論文集, 30, no.6, 39-45 (2010)
- [8] Suyama, S., Date, M., Takata, H.: Three-Dimensional Display System with Dual-Frequency Liquid-Crystal Varifocal Lens. Jpn. J. Appl. Phys. 39, 195–197 (2000)
- [9] Favalora, G., Napoli, J., Hall, D., Dorval, R., Giovinco, M., Richmond, M., Chun, W.: 100 Million-voxel volumetric display. In: Proc. SPIE 4712, pp.300-312 (2002)
- [10] Sullivan, A.: DepthCube solid state 3D volumetric display. In: Proc. SPIE 5291, pp.279–284 (2004)
- [11] Downing, E., Hesselink, L., Ralston, J., Macfarlane, R.: A Three-Color, Solid-State, Three-Dimensional Display. Science, 273, no. 5279, pp.1185-1189 (1996)
- [12] Refai, H.H.: Static Volumetric Three-Dimensional Display. J. Display Technol. 5, no. 10, pp.391–397 (2009)
- [13] Saito, H., Kimura, H., Shimada, S., Naemura, T., Kayahara, J., Jarusirisawad, S., Nozick, V., Ishikawa, H., Murakami, T., Aoki, J., Asano, A., Kimura, T., Kakehata, M., Sasaki, F., Yashiro, H., Mori, M., Torizuka, K., Ino, K., Laser-plasma scanning 3D display for putting digital contents in free space. In: Proc. SPIE 6803 Stereoscopic Displays and Applications XIX, 680309 (2008)